

# 2020年度成果報告

## 主な研究成果

- 我々のグループが2019年に開発した非凸非平滑最適化手法SDCAMを制御分野のシステム同定問題に適用
- ランダム射影を利用した精度保証付き近似最適化法の開発
- 確率的非凸非平滑最適化手法の開発

# 非凸非平滑最適化解法: SDCAM (Successive Difference-of-Convex Approximation Method) に関する成果

より一般的な非凸非平滑最適化  
のための解法

$$\min_{\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^n} f(\boldsymbol{w}) + \sum_{i=1}^m g_i(\boldsymbol{w})$$

$f$ : 微分可能,  $g_i$ : 微分可能でなくて良い  
 $f, g_i$  いずれも凸でなくて良い

- 非凸スパース最適化問題に対する解法に工夫 (Moreau envelop のテクニック) を加え, より一般的な非凸非平滑最適化問題に対する解法 SDCAM を提案済み  
Liu, Pong, Takeda  
[MathProg' 19]
- SDCAM は問題の特徴 (Difference of Convex Functions) を生かした解法で, 最適性の必要条件を満たす解 (停留解) を高速に求める
- 2020年度は制御分野の問題 (複数本のランク制約を持つシステム同定問題) に適用

# 非凸スパース最適化

解法: Iterative Hard Thresholding  
(Blumensath & Davies, '09)

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{w}) \text{ s.t. } \|\mathbf{w}\|_0 \leq K$$

問題の拡張 ↓

## 制約付き非凸スパース最適化

解法: Proximal DCA  
(Tono, Takeda & Gotoh, '17)

$$\min_{\mathbf{w} \in C} f(\mathbf{w}) \text{ s.t. } \|\mathbf{w}\|_0 \leq K$$

問題の拡張 ↓

## 一般的な非凸非平滑最適化

解法: SDCAM  
(Liu, Pong & Takeda, '19)

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{w}) + \sum_{i=1}^m g_i(\mathbf{w})$$

指示関数により制約扱える

## 制御分野

SDCAMの適用

### 複数ランク制約付きシステム同定問題

- \*問題の提案 (Markovsky, Liu & Takeda, IEEE Transactions on Signal processing '20)
- \*SDCAMに近似射影を利用した解法提案 (Liu, Markovski, Pong & Takeda, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications '20)

## 機械学習分野

- \*外れ値検出に利用 (Liu, Pong & Takeda, '19)
- \*確率的アルゴリズム (Metel & Takeda, '19)

# ランダム射影を利用した精度保証付き近似最適化法

- 大規模非凸2次最適化問題に対して, ランダム射影を用いて小さい規模(変数サイズ $k$ )の非凸2次最適化問題を代わりに解くことを提案. その際,  $k$ と「元問題の最適値との乖離」の関係を評価して近似精度を導出.

D' Ambrosio, Liberti, Poirion & Vu (Mathematical Programming, '20)

- 上記の研究と同様に, 大規模な不等式制約付き錐問題に対して, ランダム射影を用いて小さい規模の問題を構築し, 近似精度を評価した. これまでの研究とは異なり, 不等式制約付き問題を扱ったことに特徴ある. 不等式制約により, これまでの理論保証を真似して使えず, 新しく理論を組み立てる必要があった.  
Poirion, Lourenco, Takeda (投稿中)

# 確率的非凸非平滑最適化手法の提案

- SDCAM確率的アルゴリズム (Metel & Takeda, '19) では, 目的関数における非平滑な項を1つに制限していたものの, 本研究では2つの非平滑項を許す, より一般的な問題を対象として研究を行った. これにより, 制約付きスパース最適化問題が扱えるようになる. SDCAM確率的アルゴリズムを拡張し, このクラスの最適化問題に対して初めて非漸近的収束の保証を与えた.

Metel & Takeda (投稿中)

- 通常非凸非平滑最適化手法の研究では, 対象とする問題が”近接写像計算の簡単な項”から成り立つことを仮定することが多いが, 本研究ではその仮定を外して, 劣微分を用いた解法の提案を行った. この仮定が成り立たない問題まで, 確率的手法により扱えるようになったことは大きな貢献である. このクラスの最適化問題に対して初めて非漸近的収束の保証を持つ解法といえる.

Metel & Takeda (投稿中)