

『最適化の数理：数理工学入門』

工学部計数工学科（数理情報工学コース）

武田 朗子, 岩田 寛

ガイダンス：

1. 数理工学とは
2. この総合科目の内容

1. 数理工学の紹介ー数理工学とは

数理工学の理念

数学をベースに、コンピュータの使用を前提とした、電気・機械・材料といった個別対象分野によらない

「普遍的な概念や原理の提案および系統的な方法論の開発」を目指す。

主要な分野

I. 工学における共通技術を研究する分野

II. 従来の工学分野にはなく、数理工学から育った分野

数理工学

「普遍的な概念や原理の提案および系統的な方法論の開発」



数理工学の教員紹介

『最適化の数理：数理工学入門』

- 「最適化」とは何か
 - 連続の世界での最適化
 - 離散の世界での最適化
- 「最適化」を含む大きな学問(思想)：「数理工学」
 - 実世界の問題(応用)
 - それを扱う数理的ツール(数学)
 - 計算機的ツール(アルゴリズム, 計算機)

日程(予定)

第1回:	9/29	(武田)	[ガイダンス]	今日です
第2回:	10/6	(武田)	最適化とは	
第3回:	10/13	(岩田)		
第4回:	10/20	(武田)		
第5回:	10/27	(武田)		
第6回:	11/8	(武田)		
第7回:	11/10	(武田)		
第8回:	11/28	(岩田)		
第9回:	12/1	(武田)		
第10回:	12/8	(岩田)		
第11回:	12/15	(岩田)		
第12回:	12/22	(岩田)		
第13回:	1/5	(岩田)		

連続最適化

離散最適化

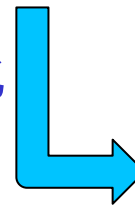
連続最適化とその応用(武田)

➤ 線形計画法

決められた原料で
利益を最大化するには
何をどれだけ作ればよいか？

	オレンジ	ニンジン	トマト	利益
オレンジ100	5	0	0	2
トマト100	0	0	4	2
ミックス	3	2	1	3
原料供給量	8	2	9	

定式化



$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & 5x_1 + 3x_3 \leq 8 \\
 & 2x_3 \leq 2 \\
 & 4x_2 + x_3 \leq 9 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

➤ 非線形計画法

与えられた関数 $f(x)$ の極値・最小値を求めよ.

➤ その他の話題

金融最適化分野, 機械学習分野への応用

現実の問題を最適化問題に定式化し、それを解く
数値計算手法までを含めて呼ぶ

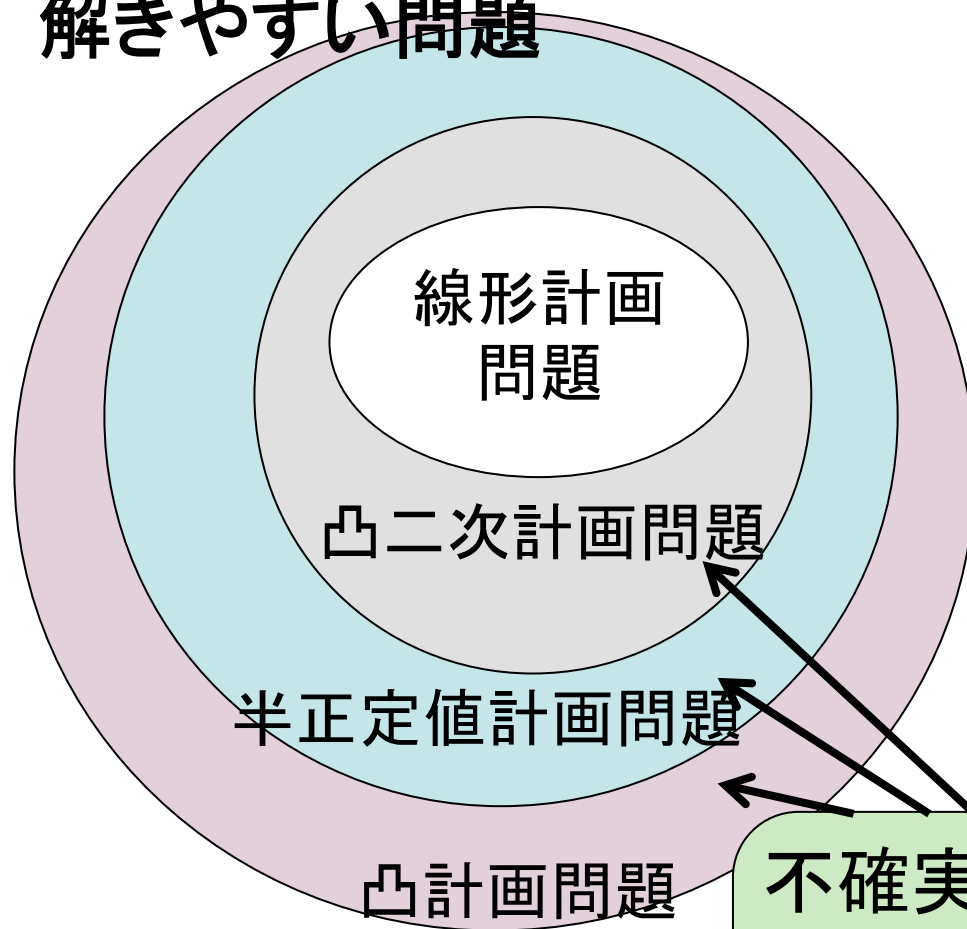
最適化問題：

$$\begin{array}{ll} \min_{\boldsymbol{x}} & f(\boldsymbol{x}) \\ \text{s.t.} & g_i(\boldsymbol{x}) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \end{array}$$

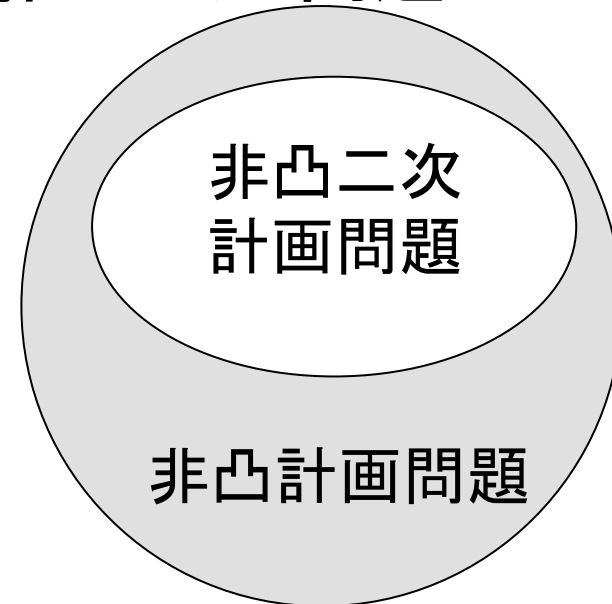
- $f(\boldsymbol{x}), g_1(\boldsymbol{x}), \dots, g_m(\boldsymbol{x})$ は \mathbb{R}^n で定義された実数値関数
- 関数 $f(\boldsymbol{x}), g_1(\boldsymbol{x}), \dots, g_m(\boldsymbol{x})$ が \boldsymbol{x} について線形
(例えば、 $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 3x_2$) ならば、線形計画問題
と呼ばれる

様々な連続最適化問題

解きやすい問題



解きにくい問題



不確実なデータを含んだ最適化問題
に対して**ロバスト最適化法**
(最悪ケースを考慮した最適化手法)
で定式化すると....

連続最適化法の応用

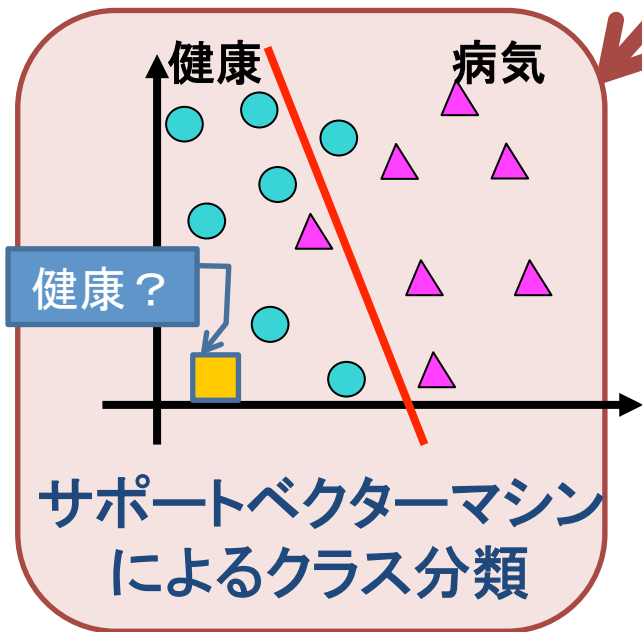
数学

代数方程式系を解く

$$\begin{aligned} xy &= 1 \\ 2i xy^2 + y^2 + x &= 1 \end{aligned}$$

線形計画法を繰り返し適用

統計的学習



凸二次計画法, ロバスト最適化法

数理最適化

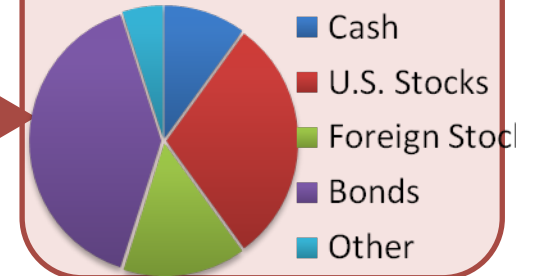
最適化問題

Min: $f(x)$

subj.to: $g_1(x) \leq 0,$
 $g_2(x) \leq 0,$
.....

金融工学

最適な資産配分



凸二次計画法,
非凸計画法

エネルギー

火力発電の
設備投資計画



最適な太陽電池
のサイズ



線形計画法, ロバスト最適化法

➤ 計算, アルゴリズムとは?

計算モデル, 計算の可能性, 計算複雑度

(例) 並べ替え問題(ソート), 巡回セールスマン問題(→次のページで)

➤ 高速なアルゴリズム技法:

分割統治法, 動的計画法など

➤ 組合せ最適化の基礎

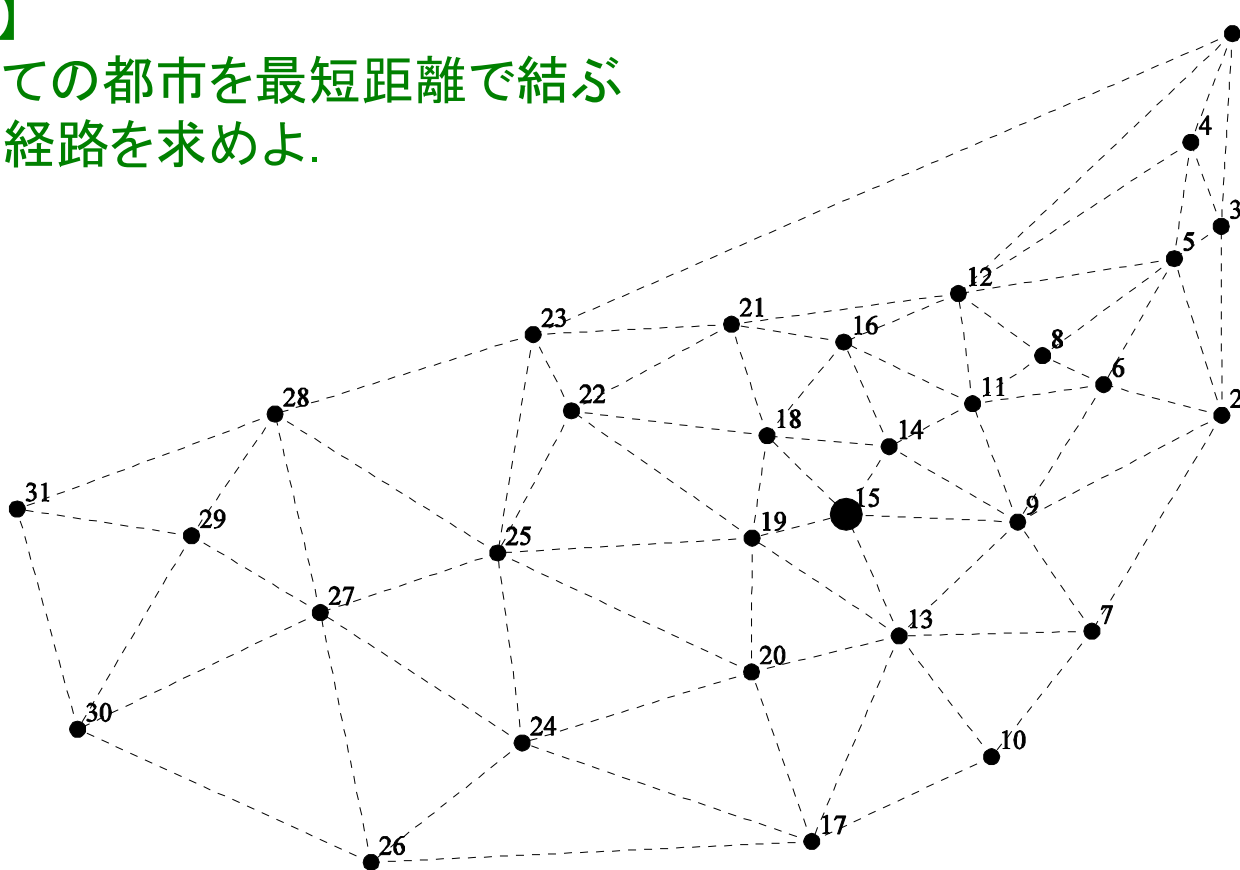
整数計画法, 双対性, 貪欲アルゴリズムなど

巡回セールスマン問題

下は、アメリカの都市31個を点で表したもの。

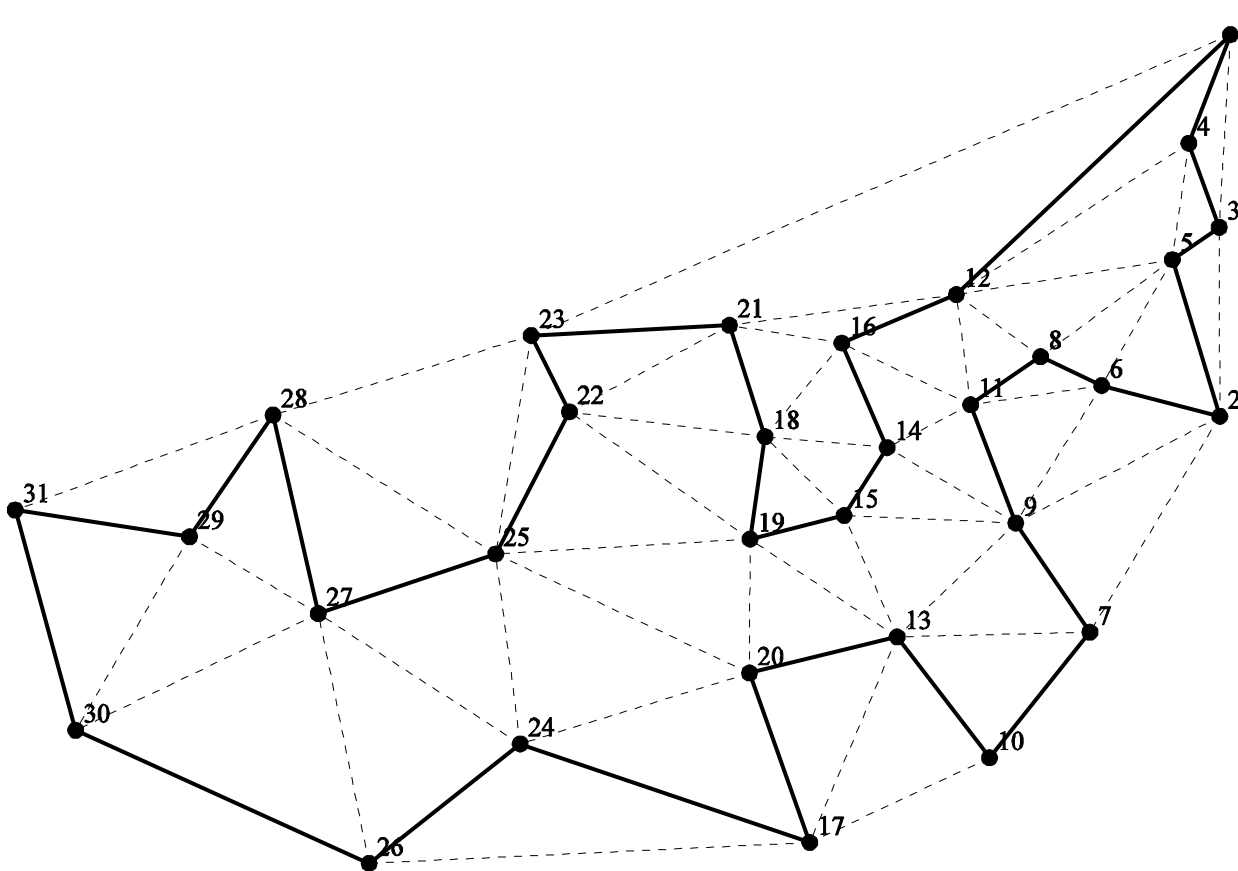
【問題】

すべての都市を最短距離で結ぶ
巡回経路を求めよ。



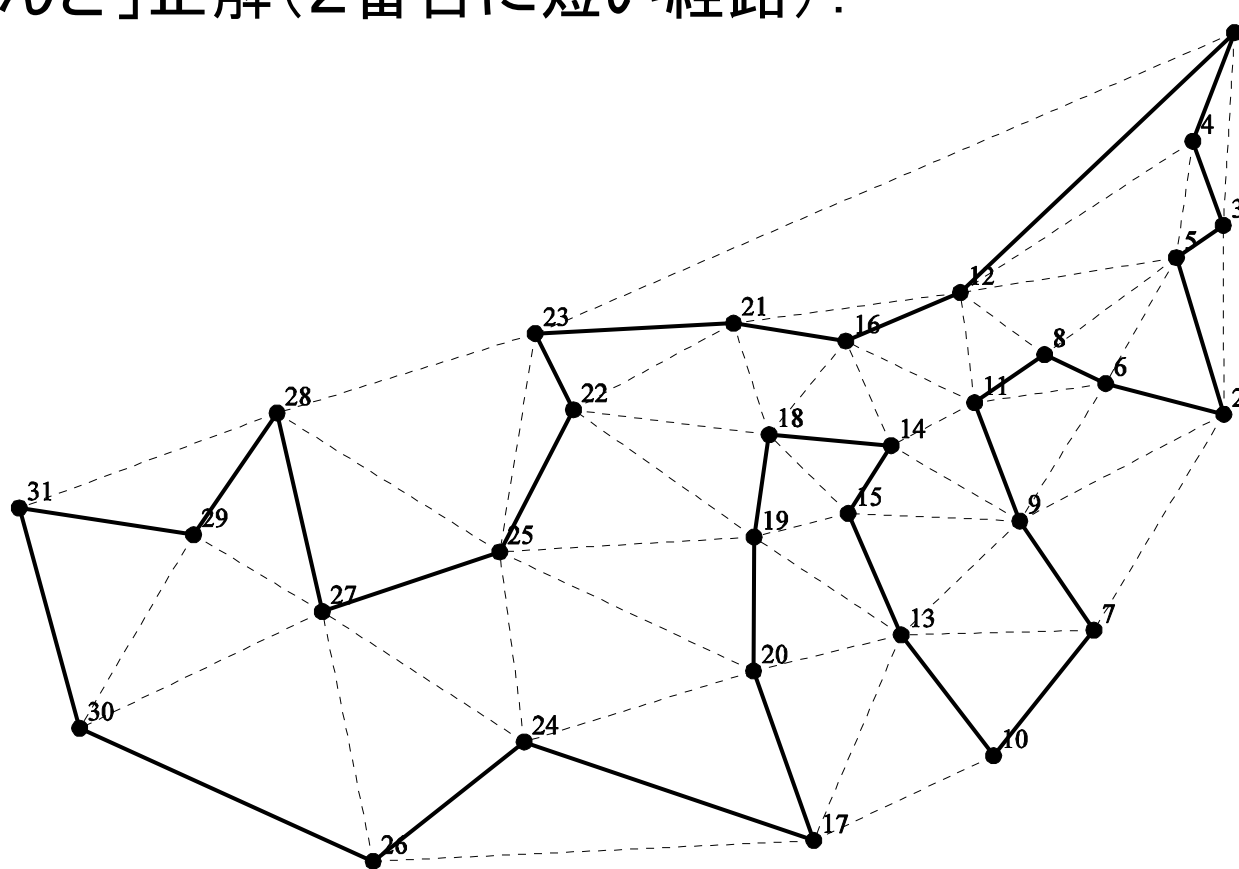
巡回セールスマン問題 (続き)

正解 (最適解):



巡回セールスマン問題(続き)

「ほとんど」正解(2番目に短い経路):



真の最短路に対する比: 1.0047

計算機による近似解法
焼きなまし法 (simulated annealing)

